

EXERCICES DE RÉVISION N°1**Outils de l'Ingénieur & Électrocinétique**

Entraînement aux compétences de base : Analyse dimensionnelle, propagation des incertitudes et électrocinétique.

I Analyse dimensionnelle

1. La pression P au sein d'une colonne de fluide au repos à une profondeur h est modélisée par la loi de l'hydrostatique :

$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

où ρ représente la masse volumique du fluide et g l'accélération de la pesanteur. En explicitant les dimensions de chaque grandeur, déterminer la dimension d'une pression P en fonction des dimensions de base.

2. Un étudiant examine la force de traînée subie par une sphère en mouvement lent dans un fluide visqueux. Il souhaite vérifier la loi de Stokes. On lui propose le modèle mathématique suivant pour exprimer la viscosité dynamique η du fluide :

$$\eta = \frac{F}{6\pi \cdot r \cdot v^2}$$

où F est l'intensité de la force, r le rayon de la sphère et v sa vitesse de déplacement. Sachant que la dimension de la viscosité dynamique est $[\eta] = ML^{-1}T^{-1}$, cette formule est-elle physiquement correcte ? Justifier rigoureusement à l'aide d'une analyse dimensionnelle.

3. La puissance P dissipée par effet Joule dans une portion de matériau conducteur dépend de la conductivité électrique σ du matériau (de dimension $M^{-1}L^{-3}T^3I^2$), du champ électrique appliqué E (de dimension $MLT^{-3}I^{-1}$) et du volume V de l'échantillon. On pose l'hypothèse d'une loi de la forme : $P = C \cdot \sigma^\alpha \cdot E^\beta \cdot V^\gamma$, où C est une constante sans dimension.

Par une analyse dimensionnelle, déterminer les valeurs des exposants α , β et γ . En déduire l'expression littérale finale de la loi de puissance.

II Calcul d'incertitudes par propagation

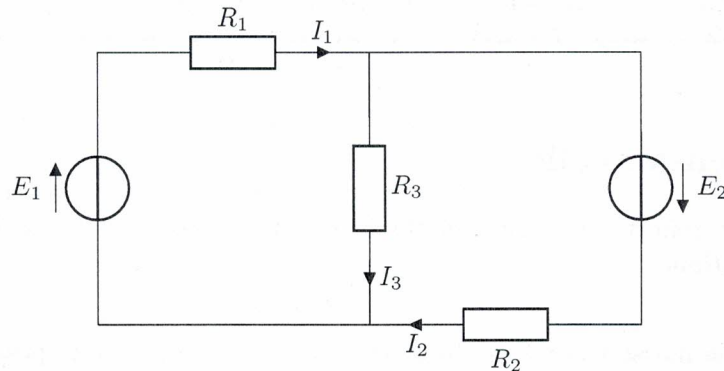
Lors d'une séance de travaux pratiques, un groupe d'étudiants mesure la puissance électrique $P = R \cdot I^2$ dissipée par une résistance de précision. L'appareil de mesure de courant et la fiche technique de la résistance fournissent les données suivantes :

- Valeur de la résistance : $R = 125,0 \Omega$ avec une incertitude-type $\Delta R = 2,4 \Omega$.
- Intensité du courant mesurée : $I = 1,50 \text{ A}$ avec une incertitude-type $\Delta I = 0,03 \text{ A}$.

1. Calculer la valeur numérique centrale de la puissance électrique P dissipée par le dipôle.
2. En utilisant le formulaire fourni en fin de sujet, donner l'expression littérale de l'incertitude relative $\frac{\Delta P}{P}$.
3. En déduire l'incertitude absolue ΔP . Présenter ensuite le résultat final de la mesure sous la forme standard $P \pm \Delta P$ avec les unités adaptées.

III Lois des nœuds et Lois des mailles

On considère le réseau électrique suivant, composé de deux mailles, comportant deux générateurs de tension parfaits et trois résistances.

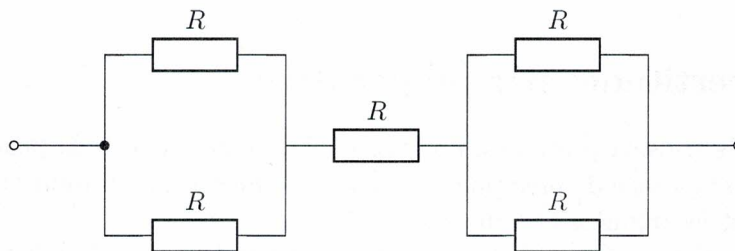


On cherche à déterminer les courants de branche I_1 , I_2 et I_3 circulant dans le circuit.

1. Écrire la loi des nœuds appliquée au circuit.
2. En utilisant la loi des mailles et loi d'Ohm, établir deux équations indépendantes reliant les courants et les caractéristiques des composants du réseau.
3. **Application numérique :** On donne $E_1 = 60\text{ V}$, $E_2 = 10\text{ V}$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 20\Omega$ et $R_3 = 30\Omega$. Résoudre le système d'équations ainsi obtenu afin de calculer les valeurs numériques exactes des courants I_1 , I_2 et I_3 .

IV Associations de résistances

Un opérateur cherche à remplacer un groupement complexe de résistances par une unique résistance équivalente R_{eq} pour simplifier l'analyse d'un système de filtrage analogique passif. Le schéma électrique est le suivant :

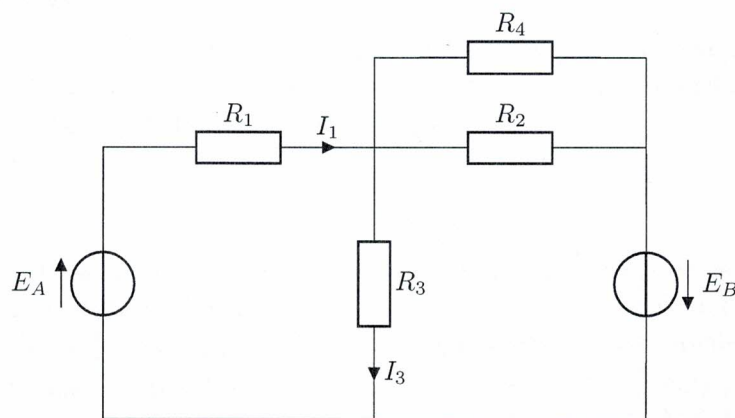


1. En explicitant la méthode utilisée, identifier et calculer la résistance équivalente au premier bloc en parallèle situé à gauche du montage.
2. Par des étapes successives de simplification graphique et analytique, déterminer l'expression littérale complète de la résistance équivalente totale R_{eq} vue entre les deux bornes d'entrée.
3. **Application numérique :** Si on applique une tension de valeur $U_{in} = 15 \text{ V}$ à l'entrée de ce groupement et que chaque résistance individuelle vaut $R = 50 \Omega$, calculer la valeur de R_{eq} ainsi que la puissance totale consommée par ce réseau.

V Réseau complexe interconnecté

On considère le réseau de distribution électrique en courant continu représenté ci-dessous. Il intègre deux sources indépendantes d'énergie modélisées par $E_A = 24 \text{ V}$ et $E_B = 12 \text{ V}$, associées à quatre résistances de puissances.

Les valeurs des composants sont fixées à : $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$ et $R_4 = 15 \Omega$.



Par une analyse méthodique (en combinant si nécessaire des simplifications de branches et/ou les lois fondamentales de Kirchhoff), déterminer l'expression analytique littérale puis calculer la valeur numérique exacte du courant I_3 traversant la résistance centrale R_3 .

ANNEXE : Formulaire d'incertitudes

Pour des grandeurs indépendantes et non corrélées, les formules de propagation des incertitudes sont :

- Pour une somme $Z = X + Y$ (Incertitude absolue) : $\Delta Z = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2}$
- Pour un produit (ou quotient simple) : $Z = X \cdot Y$ ou $(Z = \frac{X}{Y})$
(Incertitude relative) : $\frac{\Delta Z}{Z} = \sqrt{(\frac{\Delta X}{X})^2 + (\frac{\Delta Y}{Y})^2}$
- Pour une loi de puissance combinée $Z = X \cdot Y^2$
(Incertitude relative) : $\frac{\Delta Z}{Z} = \sqrt{(\frac{\Delta X}{X})^2 + (2\frac{\Delta Y}{Y})^2}$